

# Un résultat intrigant en commande sans modèle

## Discussing an intriguing result on model-free control

Cédric Join<sup>1,5,6</sup>, Emmanuel Delaleau<sup>2</sup>, Michel Fliess<sup>3,5</sup>, Claude H. Moog<sup>4</sup>

<sup>1</sup>CRAN (CNRS, UMR 7039), Université de Lorraine, BP 239, 54506 Vandœuvre-lès-Nancy, France.

Cedric.Join@univ-lorraine.fr

<sup>2</sup>Département de Mécatronique, École nationale d'ingénieurs de Brest, 29280 Plouzané, France.

emmanuel.delaleau@enib.fr

<sup>3</sup>LIX (CNRS, UMR 7161), École polytechnique, 91128 Palaiseau, France. Michel.Fliess@polytechnique.edu

<sup>4</sup>LS2N (CNRS, UMR 6004), 44321 Nantes 03, France. moog@ieee.org

<sup>5</sup>AL.I.E.N. (Algèbre pour Identification & Estimation Numériques), 7 rue Maurice Barrès, 54330 Vézelize, France.

{michel.fliess, cedric.join}@alien-sas.com

<sup>6</sup>Projet Non-A, INRIA Lille – Nord-Europe, France

**RÉSUMÉ.** Un exemple mathématique élémentaire prouve, grâce au critère de Routh-Hurwitz, un résultat à l'encontre de la pratique actuelle en commande sans modèle : il peut y avoir plus de difficultés à régler un correcteur proportionnel « intelligent » (iP) qu'un proportionnel-dérivé intelligent (iPD). Les simulations numériques de l'iPD et d'un PID classique tournent largement en faveur du premier. Introduction et conclusion analysent la commande sans modèle à la lumière des avancées actuelles.

**ABSTRACT.** An elementary mathematical example proves, thanks to the Routh-Hurwitz criterion, a result that is intriguing with respect to today's practical understanding of model-free control, *i.e.*, an "intelligent" proportional controller (iP) may turn to be more difficult to tune than an intelligent proportional-derivative one (iPD). The vast superiority of iPDs when compared to classic PIDs is shown via computer simulations. The introduction as well as the conclusion analyse model-free control in the light of recent advances.

**MOTS-CLÉS.** Commande sans modèle, correcteurs iP, correcteurs iPD, PID, critère de Routh-Hurwitz, réparation, apprentissage, intelligence artificielle.

**KEYWORDS.** Model-free control, iP controllers, iPD controllers, PID, Routh-Hurwitz criterion, fault accommodation, machine learning, artificial intelligence.

La première fois qu'Aurélien vit Bérénice, il la trouva franchement laide.  
Aragon (*Aurélien*. Paris : Gallimard, 1944)

## 1. Introduction

### 1.1. Généralités

Les faits suivants sont connus de tout automaticien :

- Écrire un « bon » modèle mathématique d'une machine réelle, c'est-à-dire non idéalisée, comme en physique fondamentale, est redoutable, voire impossible. Ainsi s'explique la popularité industrielle stupéfiante des correcteurs PID (voir, par exemple, [Åström & Hägglund (2006)], [Franklin *et coll.* (2015)], [Janert (2014)], [Lunze (1996)], [O'Dwyer (2009)], [Rotella & Zambettakis (2008)]). Une telle modélisation y est sans objet.
- Le tribut est lourd :
  - performances médiocres,
  - défaut de robustesse,
  - réglage laborieux des gains.

La « commande sans modèle », ou *model-free control*, [Fliess & Join (2013)] et ses correcteurs « intelligents » ont été inventés pour combler ces lacunes. De nombreuses publications récentes, dans les domaines les plus divers, démontrent leur efficacité et simplicité, non seulement en France, mais aussi, et même davantage, à l'étranger : voir, par exemple, les références de [Fliess & Join (2013)], et [Abouaïssa *et coll.* (2017b)], [Abouaïssa *et coll.* (2017a)] et leurs références.

La bibliographie de [Fliess & Join (2013)] atteste que la dénomination *model-free control* apparaît maintes fois dans la littérature, mais en des sens distincts du nôtre. L'importance croissante de l'intelligence artificielle et de l'apprentissage, au travers des réseaux de neurones notamment, s'est fort naturellement greffée au sans-modèle : voir, par exemple, [Cheon *et coll.* (2015)], [Lillicrap *et coll.* (2016)], [Luo *et coll.* (2016)], [Mnih *et coll.* (2015)], [Radac & Precup (2017)], [Radac *et coll.* (2017)]. Nos techniques, sans nul besoin de calculs lourds [Join *et coll.* (2013)], éludent cette tendance actuelle de l'informatique (voir [Gédouin *et coll.* (2011)], [Lafont *et coll.* (2015)], [Menhour *et coll.* (2017)] pour des illustrations concrètes).

## 1.2. Bref aperçu de la commande sans modèle<sup>1</sup>

On remplace le modèle global inconnu par le modèle *ultra-local* :

$$y^{(\nu)} = F + \alpha u \quad (1)$$

- Les variables  $u$  et  $y$  désignent respectivement la commande et la sortie.
- L'ordre de dérivation, choisi par l'ingénieur,  $\nu \geq 1$  est 1, en général. Parfois,  $\nu = 2$ . On n'a jamais rencontré  $\nu \geq 3$  en pratique.
- L'ingénieur décide du paramètre  $\alpha \in \mathbb{R}$  de sorte que les trois termes de (1) aient même magnitude. Une identification précise de  $\alpha$  est, donc, sans objet.
- On estime  $F$  grâce aux mesures de  $u$  et  $y$ .
- $F$  subsume non seulement la structure inconnue du système mais aussi les perturbations externes<sup>2</sup>.

Si  $\nu = 2$ , on ferme la boucle avec un régulateur *intelligent proportionnel-intégral-dérivé*, ou *iPID*, c'est-à-dire une généralisation des PID classiques,

$$u = - \frac{F_{\text{estim}} - \dot{y}^* - K_P e - K_I \int e - K_D \dot{e}}{\alpha} \quad (2)$$

- $F_{\text{estim}}$  est une estimée  $F$ .
- $y^*$  est la trajectoire de référence.
- $e = y^* - y$  est l'erreur de poursuite.
- $K_P, K_I, K_D \in \mathbb{R}$  sont les gains.

Il vient, d'après (1) et (2),

$$\ddot{e} + K_D \dot{e} + K_P e + K_I \int e = F_{\text{estim}} - F \quad (3)$$

On obtient une « bonne » poursuite si l'estimée  $F_{\text{estim}}$  est « bonne », c'est-à-dire  $F - F_{\text{estim}} \simeq 0$ . Contrairement aux PID classiques, (3) prouve la facilité, ici, du choix des gains.

1. Pour plus de détails, voir [Fliess & Join (2013)].

2. Cette distinction entre structure interne et perturbations externes se retrouve partout. Elle ne présente, à notre avis, aucune évidence *a priori*. Les confondre est une percée conceptuelle indubitable. Comparer avec « la commande par rejet actif de perturbations », ou *Active Disturbance Rejection (ADRC)* (voir, par exemple, [Sira-Ramírez *et coll.* (2017)]).

---

Si  $K_D = 0$  on a un régulateur *intelligent proportionnel-intégral*, ou *iPI*,

$$u = -\frac{F_{\text{estim}} - \dot{y}^* - K_P e - K_I \int e}{\alpha}$$

Si  $K_I = 0$  on a un régulateur *intelligent proportionnel-dérivé*, ou *iPD*,

$$u = -\frac{F_{\text{estim}} - \dot{y}^* - K_P e - K_D \dot{e}}{\alpha} \quad (4)$$

Le plus fréquemment,  $\nu = 1$ . On obtient alors un régulateur *intelligent proportionnel*, ou *iP*,

$$u = -\frac{F_{\text{estim}} - \dot{y}^* - K_P e}{\alpha} \quad (5)$$

**Remarque.** Voir [Delaleau (2014)] pour une autre approche de la stabilisation.

Voici deux exceptions où un *iPD* est employé avec  $\nu = 2$  : [De Miras *et coll.* (2013)], [Menhour *et coll.* (2017)]<sup>3</sup>.

### 1.3. But

Cet article exhibe un exemple linéaire,  $\ddot{y} - \dot{y} = u$ , *a priori* élémentaire, où un *iPD* doit remplacer un *iP*, contrairement à ce que l'on aurait pu croire naïvement. L'explication repose sur le critère bien connu de Routh-Hurwitz (voir, par exemple, [Gantmacher (1966)]). Il démontre l'« étroitesse » de l'ensemble des paramètres stabilisants  $\{\alpha, K_P\}$  en (5).

### 1.4. Plan

Le paragraphe 2. présente notre exemple et les excellents résultats obtenus avec un *iPD*. Au paragraphe suivant, les difficultés rencontrées avec un *iP* sont expliquées grâce au critère de Routh-Hurwitz. L'équivalence démontrée en [d'Andréa-Novel *et coll.* (2010)], [Fliess & Join (2013)] entre *PID* et *iPD* nous conduit à comparer leurs performances au paragraphe 4. : l'avantage des *iPD* y est manifeste. On en déduit en conclusion quelques pistes de réflexions sur les correcteurs intelligents associés au sans-modèle.

## 2. Notre exemple

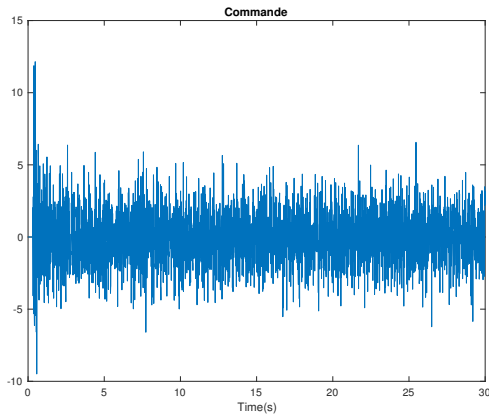
### 2.1. Présentation

Soit le système linéaire, stationnaire et instable,

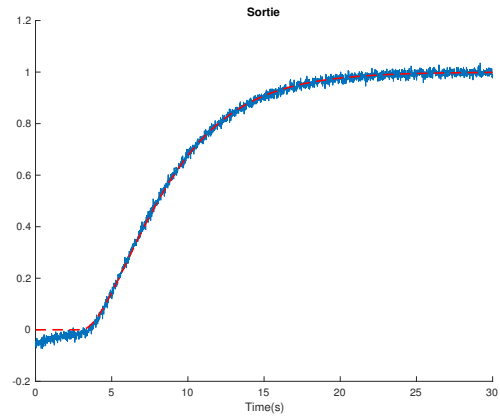
$$\boxed{\ddot{y} - \dot{y} = u} \quad (6)$$

---

3. La littérature sur les illustrations du sans-modèle contient plusieurs exemples avec emploi d'un *iPID* et  $\nu = 2$ , mais sans justification aucune, comme l'absence de frottements [Fliess & Join (2013)]. Un *iP* avec  $\nu = 1$  aurait suffi peut-être. D'où une implantation encore plus simple.



(a) Commande



(b) Sortie, trajectoire de référence (- -)

**Figure 1.:** iPD

D'après (1), il vient, si  $\nu = 1$ ,

$$F = -\alpha\ddot{y} + (1 + \alpha)\dot{y} \quad (7)$$

L'iP déduit des calculs de [Fliess & Join (2013)] fonctionne mal.

## 2.2. iPD

Avec un iPD (4),  $\nu = 2$  en (1), on remplace (7) par

$$F = (1 - \alpha)\ddot{y} + \alpha\dot{y}$$

Les simulations numériques de la figure 1, déduites des calculs de [Fliess & Join (2013)], sont excellentes. On choisit  $\alpha = 0.5$  et les gains  $K_P$  and  $K_D$  tels que  $(s + 0.5)^2$  est le polynôme caractéristique de la dynamique d'erreur. On introduit un bruit additif de sortie, blanc, centré et gaussien, d'écart type 0.01. La condition initiale est  $y(0) = -0.05$ .

## 3. Pourquoi l'implantation de l'iP échoue-t-elle ?

Tentons de comprendre l'échec de l'implantation de l'iP. Il vient pour (3) :

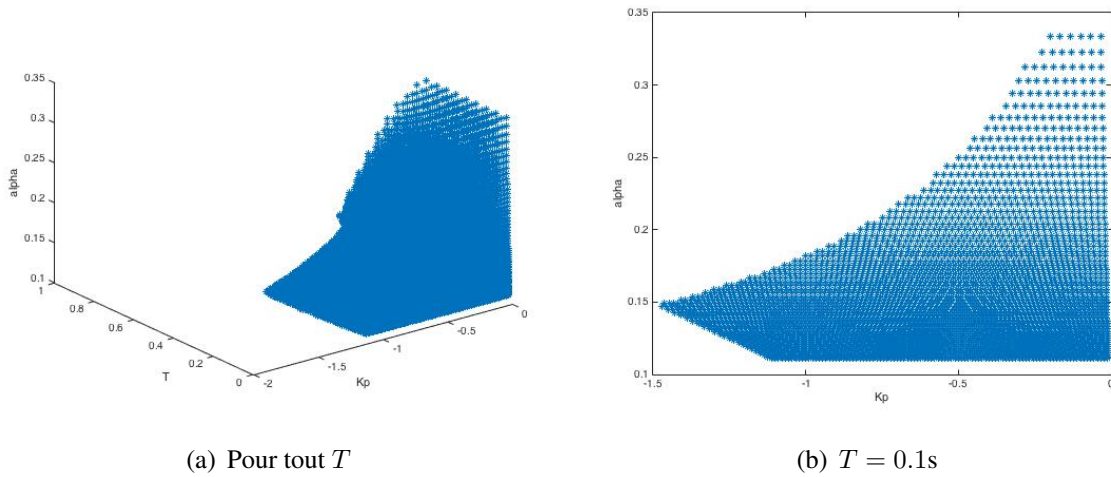
$$\dot{e} + K_P e = F_{\text{estim}} - F \quad (8)$$

où  $F$  provient de (7). Il est loisible d'écrire  $F_{\text{estim}}$  dans le domaine opérationnel (voir, par exemple, [Erdélyi (1962)]) :

$$\tilde{\mathfrak{F}}_{\text{estim}} = -\alpha \frac{s^2}{(T_s + 1)^2} \eta + (1 + \alpha) \frac{s}{(T_s + 1)} \eta \quad (9)$$

—  $\tilde{\mathfrak{F}}_{\text{estim}}$  et  $\eta$  sont les analogues opérationnels<sup>4</sup> de  $F_{\text{estim}}$  et  $y$ ,

4. La terminologie « transformées de Laplace » est beaucoup plus usuelle, comme chacun le sait.



**Figure 2.:** Domaine de stabilité pour  $(K_P, \alpha, T)$

—  $\frac{s}{(Ts+1)}$  et  $\frac{s^2}{(Ts+1)^2}$  représentent des filtres dérivateurs d'ordres 1 et 2, où  $T > 0$  est la constante de temps (voir, par exemple, [Leich & Boite (1980)]).

Il est loisible de poser  $y^* \equiv 0$  pour étudier la stabilité. Alors,  $e = -y$ . Grâce à (6)-(9), on obtient le polynôme caractéristique

$$T^2 s^4 + s^3(2T - T^2) + s^2 \left( -2T + T \left( 1 + \frac{1}{\alpha} \right) - T^2 \frac{K_P}{\alpha} \right) + s \left( \frac{1}{\alpha} - 2T \frac{K_P}{\alpha} \right) - \frac{K_P}{\alpha}$$

On utilise le critère de stabilité de Routh-Hurwitz (voir, par exemple, [Gantmacher (1966)], et [Franklin *et coll.* (2015)], [Lunze (1996)], [Rotella & Zambettakis (2008)]). La figure 2 montre, avec une discrétisation convenable, l'étrécissement de l'ensemble  $\{\alpha, K_P\}$  des paramètres stabilisants, y compris en tenant compte de la constante de temps  $T$ . La difficulté de trouver un iP satisfaisant pour (6) se trouve confirmée. Ajoutons que la valeur « évidente »  $\alpha = -1$  ne convient jamais<sup>5</sup>.

#### 4. Comparaison entre iPD et PID

En [d'Andréa-Novél *et coll.* (2010)], [Fliess & Join (2013)] est démontrée une certaine équivalence entre iPD (4) et PID usuels :

$$u = k_P e + k_I \int e + k_D \dot{e} \quad (k_P, k_I, k_D \in \mathbb{R})$$

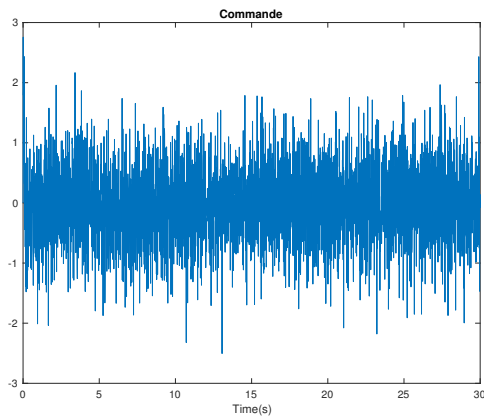
On détermine  $k_P, k_I, k_D$  de sorte que  $(s + 0.66)^3$  soit le polynôme caractéristique de la dynamique d'erreur. On assure ainsi un temps de réponse égal à celui du paragraphe 2.2., à  $\pm 5\%$  près. Les résultats de la figure 3 sont satisfaisants<sup>6</sup> quoiqu'inférieurs à ceux de la figure 1 pour l'iPD<sup>7</sup>. Afin de tester la robustesse, modifions (6) :

$$\ddot{y} - \dot{y} = \delta u$$

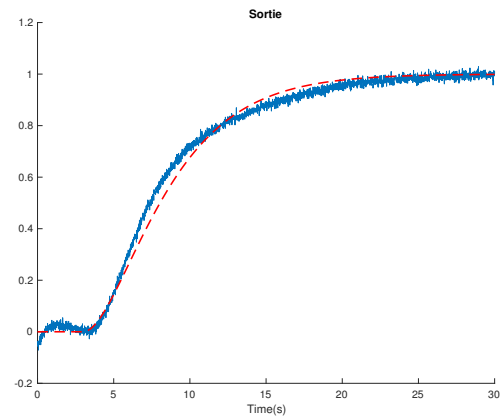
5. La valeur  $\alpha = -1$  est « évidente » car, alors,  $F = \dot{y}$  en (7). On retrouve (6).

6. Un réglage plus soigneux du PID les améliorerait peut-être.

7. Même bruit qu'au paragraphe 2.2.

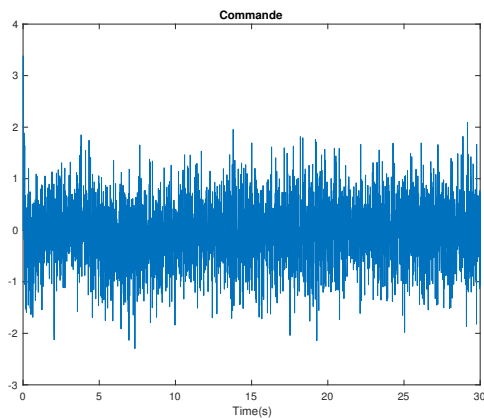


(a) Commande

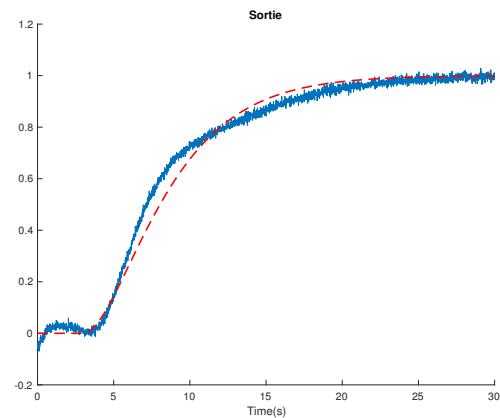


(b) Sortie, trajectoire de référence (- -)

**Figure 3.: PID**



(a) Commande



(b) Sortie, trajectoire de référence (- -)

**Figure 4.: PID avec  $\delta = 0.8$**

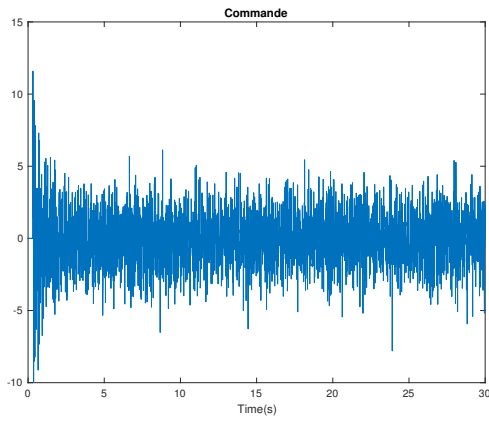
où  $\delta$ ,  $0 \leq \delta \leq 1$ , correspond à une perte de puissance de l'actionneur<sup>8</sup>. Avec  $\delta = 0.8$ , figures 4 and 5 révèlent un meilleur comportement de l'iPD. Cette supériorité s'accroît si  $\delta = 0.5$  : voir figures 6 et 7.

## 5. Conclusion

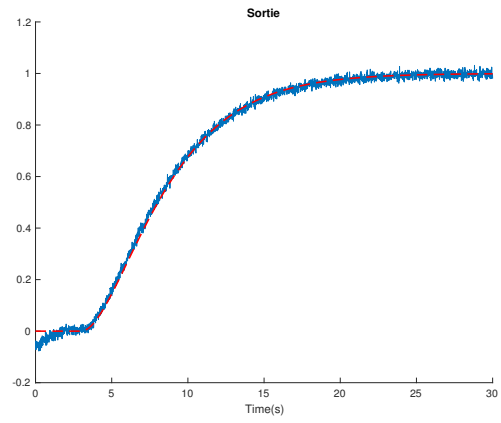
Diverses questions découlent de cette étude :

1. L'iP et l'iPD sont les deux seuls correcteurs intelligents qui devraient importer. Les autres, comme iPI et iPID, ne joueront, sans doute, qu'un rôle marginal.
2. L'iPD s'impose ici grâce à l'examen d'une équation donnée. Exhiber d'autres équations de systèmes jouissant de cette propriété est un but intellectuel légitime. Mais que faire sans modèle ? Procéder par essais et erreurs ? Tenir compte des propriétés qualitatives de la machine ? Un mélange des deux ? Voilà encore une interrogation épistémologique nouvelle, due au surgissement de

8. Comparer avec la « réparation », ou *fault accommodation*, en [Fliess & Join (2013)]. Voir, aussi, [Lafont *et coll.* (2015)].

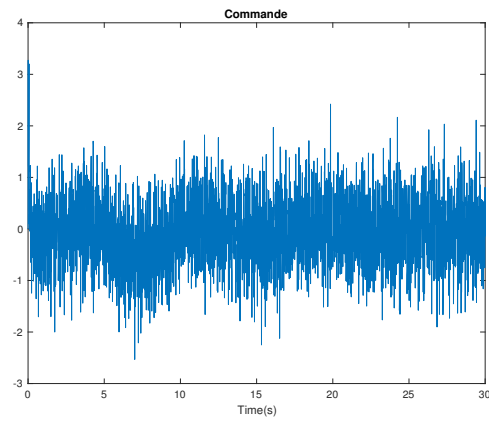


(a) Commande

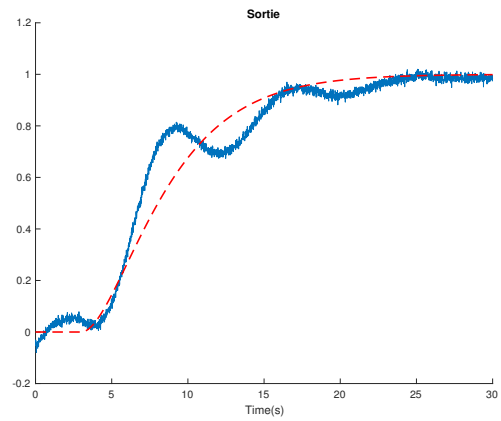


(b) Sortie, trajectoire de référence (- -)

**Figure 5.: iPD avec  $\delta = 0.8$**

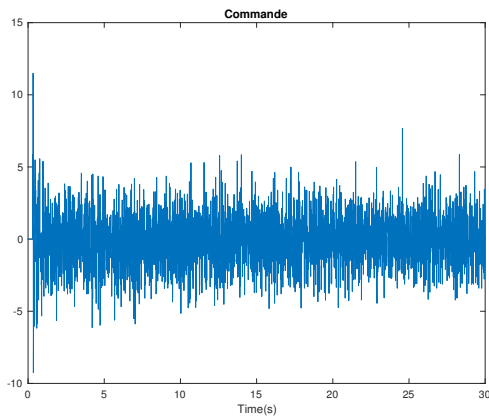


(a) Commande

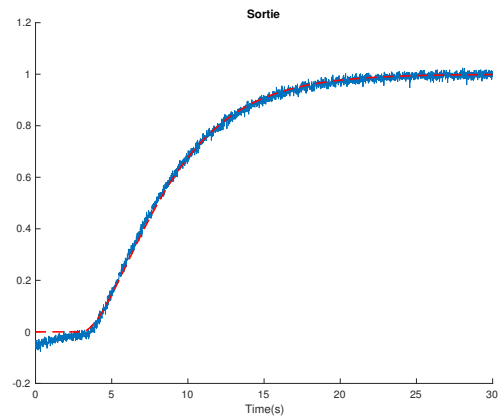


(b) Sortie, trajectoire de référence (- -)

**Figure 6.: PID avec  $\delta = 0.5$**



(a) Commande



(b) Sortie, trajectoire de référence (- -)

**Figure 7.: iPD avec  $\delta = 0.5$**

la commande sans modèle<sup>9</sup>.

3. La preuve repose sur le choix des filtres dérivateurs. Une analyse indépendante d'une telle approche reste à découvrir. Elle permettrait une meilleure compréhension du phénomène.

## Bibliographie

- ABOUAÏSSA H., ALHAJ HASAN O., JOIN C., FLIESS M., DEFER D., « Energy saving for building heating via a simple and efficient model-free control design : First steps with computer simulations ». *21st International Conference on System Theory, Control and Computing*, Sinaia, 2017a. <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01568899/en/>
- ABOUAÏSSA H., FLIESS M., JOIN C., « On ramp metering : Towards a better understanding of ALINEA via model-free control ». *International Journal of Control*, 90 (2017b) : 1018-1026.
- d'ANDRÉA-NOVEL B., FLIESS M., JOIN C., MOUNIER H., STEUX B., « A mathematical explanation via “intelligent” PID controllers of the strange ubiquity of PIDs ». *18th Mediterranean Conference on Control & Automation*, Marrakech, 2010. <https://hal.archives-ouvertes.fr/inria-00480293/en/>
- ÅSTRÖM K.J., HÄGGLUND T., *Advanced PID Control*. Research Triangle Park, NJ : Instrument Society of America, 2006.
- CHEON K., KIM J., HAMADACHE M., LEE D., « On replacing PID controller with deep learning controller for DC motor system ». *Journal of Automation and Control Engineering*, 3 (2015) : 452-456.
- DELALEAU E., « A proof of stability of model-free control ». *2014 IEEE Conference on Norbert Wiener in the 21st Century (21CW)*, Boston, 2014.
- DE MIRAS J., JOIN C., FLIESS M., RIACHY S., BONNET S., « Active magnetic bearing : A new step for model-free control ». *52nd IEEE Conference on Decision and Control*, Florence, 2013. <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00857649/en/>
- ERDÉLYI A., *Operational Calculus and Generalized Functions*. New York : Holt Rinehart and Winston, 1962.
- FLIESS M., JOIN C., « Model-free control ». *International Journal of Control*, 86 (2013) : 2228-2252.
- FRANKLIN G.F., POWELL J.D., EMAMI-NAEINI A., *Feedback Control of Dynamic Systems* (7th ed.). Harlow : Pearson, 2015.
- GANTMACHER F.R., *Théorie des matrices*, t. 2 (traduit du russe). Paris : Dunod, 1966.
- GÉDOUIN P.-A., DELALEAU E., BOURGEOT J.-M., JOIN C., ARBAB CHIRANI S., CALLOCH S., « Experimental comparison of classical PID and model-free control: Position control of a shape memory alloy active spring ». *Control Engineering Practice*, 19 (2011) : 433-441.
- JANERT P.K., *Feedback Control for Computer Systems*. Sebastopol, CA : O'Reilly Media, 2014.
- JOIN C., CHAXEL F., FLIESS M., « “Intelligent” controllers on cheap and small programmable devices ». *2nd International Conference on Control and Fault-Tolerant Systems*, Nice, 2013. <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00845795/en/>
- LAFONT F., BALMAT J.-F., PESSEL N., FLIESS M., « A model-free control strategy for an experimental greenhouse with an application to fault accommodation ». *Computers and Electronics in Agriculture*, 110 (2015) : 139-149.
- LEICH H., BOITE J., *Les filtres numériques : Analyse et synthèse des filtres unidimensionnels*. Paris : Masson, 2013.
- LILLICRAP T.P., HUNT J.J., PRITZEL A., HEES N., EREZ T., TASSA Y., SILVER D., WIERSTRA D., « Continuous control with deep reinforcement learning ». *6th International Conference on Learning Representations*, Vancouver, 2016.
- LUNZE J., *Regelungstheorie 1*. Berlin : Springer, 1996.
- LUO B., LIU D., HUANG T., WANG D., « Model-free optimal tracking control via critic-only Q-learning ». *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, 27 (2016) : 2134-2144.
- MENHOUR L., d'ANDRÉA-NOVEL B., FLIESS M., GRUYER D., MOUNIER H., « An efficient model-free setting for longitudinal and lateral vehicle control. Validation through the interconnected pro-SiVIC/RTMaps prototyping platform ». *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, (2017) : DOI: 10.1109/TITS.2017.2699283

9. À ce sujet, voir aussi la conclusion de [Fliess & Join (2013)].



---

MNIH V., KAVUKCUOGLU K., SILVER D., RUSU A.A., VENESS J., BELLEMARE M.G., GRAVES A., RIEDMILLER M., FIDJELAND A.K., OSTROVSKI G., PETERSEN S., BEATTIE C., SADIK A., ANTONOGLU I., KING H., KUMARAN D., WIERSTRA D., LEGG S., HASSABIS D., « Human-level control through deep reinforcement learning ». *Nature*, 518 (2015) : 529-533.

O'DWYER A., *Handbook of PI and PID Controller Tuning Rules* (3rd ed.). Londres : Imperial College Press, 2009.

RADAC M.-B., PRECUP R.E., « Data-driven model-free slip control of anti-lock braking systems using reinforcement Q-learning ». *Neurocomputing*, (2017) : <http://dx.doi.org/10.1016/j.neucom.2017.08.036>

RADAC M.-B., PRECUP R.E., ROMAN R.C., « Model-free control performance improvement using virtual reference feedback tuning and reinforcement Q-learning ». *International Journal of Control*, 48 (2017) : 1071-1083.

ROTELLA F., ZAMBETTAKIS I., *Automatique élémentaire*. Paris : Hermès-Lavoisier, 2008.

SIRA-RAMÍREZ H., LUVIANO-JUÁREZ A., RAMÍREZ-NERIA M., ZURITA-BUSTAMANTE E.W., *Active Disturbance Rejection Control of Dynamic Systems: A Flatness Based Approach*. Oxford & Cambridge, MA : Elsevier, 2017.